

محاضرات الدفتر

القسم : رياضيات / جبر السنة : الرابعة المادة : سبكات المحاضرة : الثانية

1- انزودرفيزم الترتيب :

نقول عن الترتيب $f \rightarrow g$ بأنه انزودرفيزم ترتيب اذا كانت :

(1) f تقابل

(2) $x \leq y \Leftrightarrow f(x) \leq f(y)$

وهنا نريد ان كل من f و g متزايد كما انه متناهي ومتناهي فان كل من f و g متزايد تماماً

ملاحظة :

اذا كانت f سلسلة فانه يمكن تعريف انزودرفيزم الترتيب بأنه تقابل متزايد وذلك لان :

$$x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$$

وهنا نريد ان كل من f و g متزايد

$$x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y) \Leftrightarrow f(y) \leq f(x) \Rightarrow y \leq x \text{ وهذا ما نريد}$$

الفرق

المناظر الحاصلة :

لكن البوتة المرتبة (ي-خ) تكون شياً أربعة عناصر تلعب دوراً هاماً في البوتات المرتبة

(1) المنظر الترتيب :

نسمي المنظر M من E منحوراً ترتيباً في E اذا كانت من اجل اي $x \in E$ فان x في M (هذا يعني إما $x \in M$ او $x \in M$ غير متناهي)

ملاحظة :

لكن $1, 2, 3, 4$ مرتبة بملامحة يتم ان $1, 2, 3, 4$ عناصر ترتيب

(2) المنظر الترتيب :

نسمي المنظر b المنظر الترتيب في E ان كانت من اجل اي $x \in E$ فان x في b (ان هذا المنظر b و b منه و b)

لانه اذا فرضنا b ان b منظر أكبر آخر b فانه يكون

$$b = b \Rightarrow b \leq b, b \leq b$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

مثال :

في المثال السابق المجموعة M لا تحتوي على العنصر 1

مثال :

إذا كانت $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ مع علاقة تقسيم الترتيب حيث 1 عنصر أكبر في M

(3) المذهب المجموعة الجزئية :

نصف العنصر x من M حيث $x \in A$ المجموعة A من M إذا كانت x أكبر في M من $x \in A$

مثال :

لنكن $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ مجموعة جزئية من (N, \leq) حيث 1 من $72, 36$ هو $x \in A$ المجموعة A في N

ملاحظات :

(1) إذا كانت المذهب M المجموعة A تنقسم إلى A عندئذ يكون هو نفس العنصر الأكبر المجموعة A من أجل الترتيب المعطى (أو الترتيب M)

(2) نقول عن مجموعة جزئية A التي تملك عناصرها x في M بأنها مجموعة من المذهب في M

(3) إذا كانت $x \in M$ ليس $x \in A$ المجموعة A فهذا يعني بأنه يوجد $x \in A$ بحيث يكون x و x و x ينتج أن المجموعة التالية M من M تقبل أي عنصر من M في M

(4) المذهب الأكبر

نصف العنصر x من M بالمذهب الأكبر المجموعة A في M إذا كانت x من أجل أي $x \in A$ فإن $x \in M$ (أي أنه $x \in A$ لجميع عناصر A)

2- من أجل أي $x \in M$ المجموعة A حيث $x \in M$

نلاحظ أن $x \in M$ العنصر x من M وفرض للعنصر x بالرمز $s = \sup_E A$

محاضرات الدفتر

القسم : السنة : المادة : الموضوع :

میں نے:

- إذا كانت $\lambda = 2, 3, 4$ بحسب طريقة من $(N, 1)$ فإن العدد 36 هو إلى
الأي الأربعة المعطاة A في E

مجموعة الاتحاد الترددية من المجموعة (ي، م) لا تقبل جد أم وبالتالي لا تقبل جد أصغري
 [م، د] $A = \{a, b\}$ مجموعة جزئية من (ي، م) فإن A تقبل جد أم مثل 2
 ولكن لا تقبل جد أصغري

ملزمتی

(1) 0 و 1 من العناصر $s = \sup A$ وإذا كان $s \in A$ فإن s يكون العنصر الأكبر في A

② مبالغة إذا أمانت A تملك محمد أكبر من أجل الترتيب المعك فعدته يكون أحياناً هو إلى
الذبح الأصغر لا

(٣) مجموعة الحدود العليا للجموعة Φ هي Φ^* فلتذكر ان القول $\Phi \neq \emptyset$ مع جملة كيانية
بأن سمى تلك عنصر أصغر من كل شيء في Φ سيجد يمكن أن تعرف عناصره مميزة أضرب

④ الفطر الأضري

[illegible]

(2) المفعول المفعول

هو المظهر 'المعروف' الذي يصفه الشرطون 'المعروف' في $x \in E$ فإن $x \in E$

(3) امة الدين المجموعه

إذا كانت $A \subseteq E$ فإن A الدننا البقرة $A \subseteq E$ من هو الصغير $m \in E$ دينة يكون

$$A \times A \ni A \Rightarrow m' \times$$

(١٤) اكتب الحروف التي في

إلى الدنبا التي تخرج البوق A من ثم صمد الصخر آ من ثم الذي يحقعه السُرْبِيَّة :-

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

٢- \exists يوجد أدنى العنصر A في E
 ب- مثال أي E أدنى m في E ونفرض m الأدنى التام في E بالرمز $\inf_E A$

برهان:

$$\inf_E A \leq \inf_E B \quad , \quad \sup_E B \leq \sup_E A \quad \text{حيث } B \subseteq A \subseteq E$$

البرهان:

نفرض أن $s = \sup_E A$ $s \in E$ s هو أدنى العنصر A في E $B \subseteq A$ $\Rightarrow s \in B$ \Rightarrow العنصر B في E
 $\sup_E B \leq \sup_E A$

نفرض أن $\inf_E A$ $\inf_E A$ هو أدنى العنصر A في E $B \subseteq A$ $\Rightarrow \inf_E A \in B$ \Rightarrow العنصر B في E
 $\inf_E A \leq \inf_E B$

برهان:

$$\inf_E A \leq \inf_E A \quad , \quad \sup_E A \leq \sup_E A \quad \text{حيث } A \subseteq F \subseteq E$$

البرهان:

إذا كانت $s = \sup_E A$ $s \in E$ s هو أدنى العنصر A في E $F \subseteq E$ $\Rightarrow s \in F$ \Rightarrow العنصر A في F
 $\sup_F A \leq \sup_E A$

إذا كانت $\inf_E A$ $\inf_E A$ هو أدنى العنصر A في E $F \subseteq E$ $\Rightarrow \inf_E A \in F$ \Rightarrow العنصر A في F
 $\inf_F A \leq \inf_E A$

ملحوظة:

$$\sup_E A \in F \quad \text{يلزم} \quad \sup_F A = \sup_E A$$

مثال:

$$B = [0, 1[\quad , \quad A = [0, 1[\cup]2, 3] \quad \text{في } (R, \leq) \quad \text{وإذا كانت}$$

$$\sup_R B = 1 \leq \sup_A B = 2 \quad \sup_R B = 1 \leq \sup_R A = 3$$

محاضرات الدفتر

القسم :

السنة :

المادة :

المحاضرة :

برق

انفکانت $f: E \rightarrow F$: ایندوسیند تریتیب و انداکانت $A \subseteq E$ قلمس پمآ این اپنری E ف
 فبات $f(A)$ قلمس عنقیر پمآ این اپنری ف F پ $f(x)$ ای x :

$$f(\sup_E A) = \sup_F (f(A))$$

سفر

$x' = f(x) \in f(S) \Leftrightarrow x \in S \Leftrightarrow x' = f(x) \in f(S)$ $\Rightarrow x \in A \Rightarrow x' \in f(A)$ $\Rightarrow f^{-1}(f(A)) \supseteq A$
 $f^{-1}(f(A)) \supseteq A$

تكون m دالةً من المجموعة A إلى المجموعة B $f: A \rightarrow B$ $m \in B$ حيث يكون $f(m) = m$ من أجل أي $x \in A$ فإن $f(x) \leq f(m) = m$ \Leftrightarrow $x \leq m$ \Leftrightarrow m هي العنصر الأكبر في المجموعة A .

$$s \leq m \Leftrightarrow f(s) \leq f(m) = n \Leftrightarrow f(s) \leq p(m) \Leftrightarrow f(s) \leq p(n) \Leftrightarrow f(s) \leq p(p(n)) \Leftrightarrow f(s) \leq p(p(p(n))) \Leftrightarrow \dots$$

المجتمعات في البرية:

نقول عن الجدة المرتبة ثم إن ج استقرائية إذا كانت كسالة (غير خالية) من عقول
هذه هي

ونقل من المجموعات المرتبة بمأخذ استقرائية إذا كانت لاسلطة (غير خالية) من غير تلك
هذه أمثلة أخرى

تھیو زورن (Zorn): قبل سے (C.P.S.)

اذا ماتت ع جبه استقرائة فانه من اجل اني غير AGF يوجب ان نقل غير انجلي من ع
 من كرك M7a

عمل الجدات المربية المنتهية:

إذا كانت (ي.ح.) مجموعة مرتبة غير مبدئية فإننا نقول ان المظهر λ ينفذ المظهر μ إذا كانت:

x, y, z, p

ب. إذا لم يكن بالبرهان! $2 \leq 3 \leq 4 \leq 5 \leq 6$

جبرية

۱۰ ای مجموعہ مرتبہ منتہیہ کن :

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

- ① كل عنصر غير ايزومرفي مع نفسه
② كل عنصر غير ايزومرفي يكون متماثل مع نفسه

البرهان :

لكن لا يظهر غير ايزومرفي مع نفسه انه يساوي نفسه. فلو كان x ليس يكون x اذا كانت x يكون تم للكل
فما اذا لم يكن كذلك فانه يوجد عنصر x ليس يكون x اذا كان
فما اذا لم يكن كذلك فانه يوجد عنصر x ليس يكون x اذا كان
مما ان المجموعة منتزعة بافتراضها صفاً مع x الذي يكون متماثل مع x

② يجب ان يكون البرهان مع 2

التفصيل بالرسم (أولاً بالخطات)

لكن (ب) مجموعة مرتبة منتزعة من مجموعة

كل عنصر من عناصرها يتاكد نفسه واحدة مع الخلق

اذا كانت العنصر x فانه العنصر x ترتيباً في المجموعة منتزعة من عناصرها

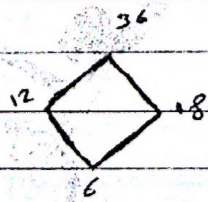
مساعدة

ان العناصر الأولية (الذاتية) في الجزء العلوي من الشكل وان اي عنصر

يكون متماثلين اذا كانتا مرتبين باثنين من عناصرها

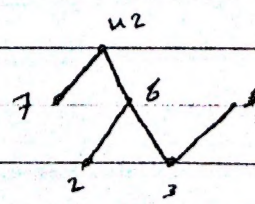
أخيراً :

في الأمثلة التالية جميع مجموعات جزئية منتزعة من المجموعة المرتبة (A)



{ 6, 12, 18, 36 }

①



{ 2, 3, 6, 7, 42 }

②

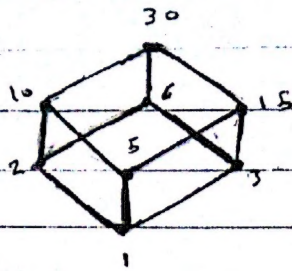
محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :



(3) $\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

الكمالات

تعريف:

نكون (ي، ك) مجموعة مرتبة نقول بأن ك هي زخف شبكة عليا إذا كانت أي زرع من عناصرها شكل $\{a, b\}$ يملك $a \vee b$ في ك ونكتب $\sup\{a, b\} = x$ (ونقرأ x أيو b)

وبنوع الكتب $x \vee y = x \wedge y = x + y$

ونقول بأن ك هي زخف شبكة دنيا إذا كانت أي زرع من عناصرها شكل $\{a, b\}$ يملك $a \wedge b$ في ك ونكتب $\inf\{a, b\} = x$ (ونقرأ x أيو b) ونوع الكتب

تفوق الزرع $x \wedge y = x \vee y = x$

تقول ك هي زخف شبكة إذا كانت تحت الوقت زخف شبكة عليا وزخف شبكة دنيا ونلاحظ أن زخف الشبكة الدنيا من أجل علاقة الترتيب ك حافة إلا زخف شبكة عليا من أجل علاقة الترتيب //

أقضية:

1) من أجل أي مجموعة ك حيات (ي، ك) هي شبكة إذا كانت $x \vee y$ مجموعتان جزئيات في ك يكون $x \vee y = x \cup y$ $x \wedge y = x \cap y$

(2) (L, \leq) تكون شبكة حية

حيث $x \vee y = \text{lcm}(x, y)$ حيث lcm المخرج المشترك الأكبر

لـ x و y التام المشترك الأصغر $x \wedge y = \text{gcd}(x, y)$

(3) لا سلاية تكون شبكة حية $x \vee y = \max(x, y)$

$x \wedge y = \min(x, y)$

ملاحظة:

في زخف الشبكة العليا (ي، ك) حيات قانون الربط $x \vee y$ هيقة العناصر التالية

(4) الجامعية (أي أن $x \vee x = x$)

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$\textcircled{2} \text{ التبادلية (أي أن)} \quad (x \vee y) = y \vee x$$

$$\text{التجميعية (أي أن)} \quad x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$$

البرهان :

الخاتمة الأولى والثانية واضحتين من التعريف مما ذكره

يبرهن الخاتمة التجميعية :

$$s \vee y \neq s \vee z \Leftrightarrow s \vee y \vee z \neq s \vee x \Leftrightarrow s = x \vee (y \vee z)$$

$$s \vee (x \vee y) \vee z \Leftrightarrow s \vee z \neq s \vee x \vee y \Leftrightarrow s \vee x \neq s \vee y$$

أي أن s هي المجموعة المتولدة من المتغيرين $\{x \vee y, z\}$

نفرض أن m هي أي مجموعة $\{x \vee y, z\}$ عندئذ يكون

$$m \vee z \neq m \vee x \vee y \Leftrightarrow m \vee y \vee z \neq m \vee x \Leftrightarrow m \vee z \neq m \vee y \neq m \vee x$$

أي أن s هي أي مجموعة $\{x \vee y, z\}$ عندئذ يكون

$$x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z \Leftrightarrow s = (x \vee y) \vee z$$

ملاحظة :

يمكن البرهان بطريقة أخرى

$$m \leq s \quad s \leq m \quad \text{حيث } m = (x \vee y) \vee z \quad s = x \vee (y \vee z)$$

$$m = s \quad \Leftrightarrow$$

ملاحظة :

إن هذه البرهان تكمن في حقيقة مجموعة من أجل رخص الشبكة الدنيا مع تماثل التحويل الداخلي

الخاتمة

$$\text{البرهان الثاني يبين أن } s = x \vee (y \vee z) \text{ ما هو إلا } \sup_{\mathcal{E}} \{x, y, z\} \text{ فيمكن}$$

$$\text{أن نكتب } x \vee y \vee z \text{ بدلاً من } x \vee (y \vee z)$$

بسهولة يمكن أن نتبع أن كل مجموعة P منية منتظمة غير طالية من رخص شبكة عليها علاج
من أي أمر في P نسمية P مجموعة من أجل رخص الشبكة الدنيا. أي أنه أي مجموعة جزئية
منتظمة غير طالية من رخص شبكة دنيا علاج هو ثابته أن كل